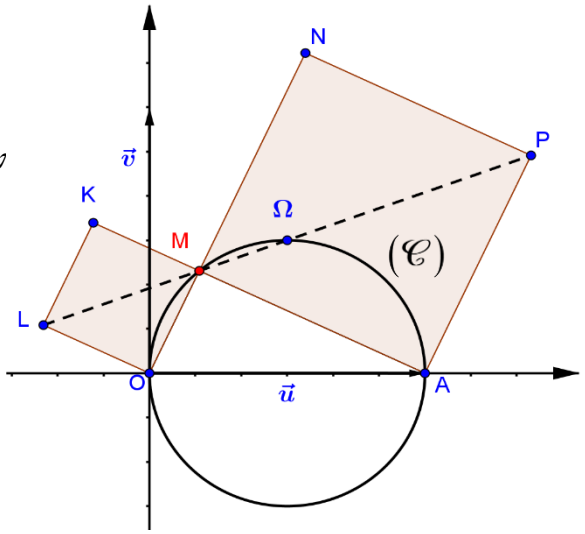
EXERCICE N°4 : 4 points 25 '

Dans le plan complexe muni du repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère le point A d'affixe 1, $(\mathscr{C})$ le cercle de diamètre $[OA]$, M un point variable du cercle $(\mathscr{C})$ tels que $\left(\overrightarrow{MO},\overrightarrow{MA}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $OMKL$ est un carré de sens direct. On pose Z_M, Z_L, Z_K, les affixes respectives des points M, L, K.



1°) a) Calculer $\left|\frac{Z_L}{Z_M}\right|$ et $\left|\frac{Z_K}{Z_M}\right|$.

b) Vérifier que $\arg\left(\frac{Z_L}{Z_M}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$, et $\arg\left(\frac{Z_K}{Z_M}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$

c) Écrire alors $\frac{Z_L}{Z_M}$ et $\frac{Z_K}{Z_M}$ sous forme exponentielle.

d) En déduire que $Z_L=iZ_M$ et $Z_K=(1+i)Z_M$.

2°) Soit Z_P et Z_N les affixes respectives des points P et N tels que : $Z_P=-iZ_M+1+i$ et $Z_N=(1-i)Z_M+i$.

Montrer que le quadrilatère $MAPN$ est un carré.

3°) a) Montrer que P et L sont symétriques par rapport à un point fixe Ω que l'on précisera.

b) Vérifier que le point Ω appartient à $(\mathscr{C})$.

4°) a) Montrer que $Z_K-Z_\Omega=(1+i)\left(Z_M-\frac{1}{2}\right)$ et que $Z_N-Z_\Omega=(1-i)\left(Z_M-\frac{1}{2}\right)$.

b) Montrer que $\frac{aff\overrightarrow{\Omega K}}{aff\overrightarrow{\Omega N}}=i$.

c) En déduire la nature exacte du triangle ΩNK.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com